

Le Traiettorie Interplanetarie delle Sonde Spaziali risolte con gli Algoritmi di Antonino Butò *

Giuseppe Matarazzo

Maggio 2004

Sommario

Questo lavoro ha come obiettivo quello di rendere esplicito e divulgativo il calcolo delle *traiettorie* delle sonde, un settore dell'Astronautica molto *affascinante* ma ritenuto comunemente *ostico* da parte degli appassionati della materia. Vengono considerate tutte le condizioni **reali** del moto, quelle planeto-centriche di partenza, rendez-vous e di assistenza gravitazionale nonché quelle di trasferimento ellittico eliocentrico, utilizzando gli algoritmi di Butò che *'in un sol colpo'* (e per successivi affinamenti iterativi) eseguono tutti i calcoli necessari. Le figure che corredano questa memoria sono 6 e vengono riportate, per una più facile consultazione, alla fine del testo.

1 Introduzione

Un classico della letteratura sul trasferimento orbitale di corpi celesti è l'**ellisse di Hohmann** (Fig. 1). Si considera che le orbite planetarie di partenza (Terra) e di arrivo (Marte, per esempio) siano **circolari** e **complanari** e che l'angolo di trasferimento della sonda ammonti a 180° . I parametri dell'orbita ellittica sono immediatamente determinati e valgono $a = \frac{r_1+r_2}{2}$ (semiasse maggiore) ed $e = \frac{r_2-r_1}{r_2+r_1}$ (eccentricità), essendo r_1 ed r_2 i raggi dei due cerchi.

Una siffatta schematizzazione non ha alcun riscontro con la realtà, che si presenta invece in modo molto diverso. I pianeti e gli oggetti celesti *bersaglio non* sono **puntiformi** ed hanno orbite eliocentriche **inclinate**, più o meno sensibilmente, rispetto al piano eclittico su cui si muove la Terra attorno al Sole.

Per una corretta interpretazione del fenomeno meccanico, ci basiamo sul modello dinamico (introdotto da Laplace nel '700) della *sfera d'influenza* planetaria. In pratica la sonda, quando si trova al suo interno, subisce la sola attrazione gravitazionale del corpo e si assume *nulla* quella solare. Viceversa, quando lascia questa superficie limite, il suo moto diventa eliocentrico ed essa si sposta su un'orbita ellittica senza più risentire dell'attrazione del corpo massivo.

La grande abilità dello studioso comasco è stata quella di aver creato un **unico** algoritmo (in linguaggio Pascal) capace di tener conto, nel calcolo delle posizioni e delle velocità della sonda, di tutte le condizioni **reali** del moto.

*Ingegnere e studioso di meccanica celeste, vive in provincia di Como (Erba). I suoi calcoli puntigliosi e certe eccezionali *intuizioni* lo qualificano come uno dei più apprezzati astrofili italiani. Ha 70 anni.

2 Le fasi di una missione interplanetaria

Per descriverle ci affidiamo allo schema dell'attuale missione Cassini (Fig. 3), che il prossimo luglio accosterà Saturno per poi proseguire nel sorvolo del satellite Titano.

La partenza della sonda (Fig.2) avviene da un'orbita di parcheggio circolare attorno alla Terra, la cui quota si aggira mediamente intorno ai 200 chilometri per non risentire dell'attrito degli strati rarefatti dell'atmosfera. Quando essa raggiunge la longitudine di calcolo (posizione P_0), vengono azionati i motori che la spingono lungo una traiettoria iperbolica verso la sfera d'influenza, dove arriva con *velocità planetocentrica* chiamata comunemente V_∞ , la cui direzione è praticamente allineata all'asintoto dell'iperbole.

A partire da questo punto (P_1) della sfera d'influenza, che si muove *solidale* alla Terra, la sonda acquista la velocità eliocentrica pari alla somma della velocità di P_1 (quasi identica a quella della Terra) e di V_∞ ed entra nella fase di *satellizzazione* intorno al Sole. Si sposta cioè verso il prossimo bersaglio, che in genere è una manovra di **assistenza gravitazionale** di un pianeta, detta **fly-by**. Vedremo in seguito come una simile *variazione vettoriale* ΔV di velocità si traduca in un risparmio notevole di energia (infatti non vengono accesi i motori) sfruttando la sola posizione del pianeta massivo considerato; in pratica è come se alla sonda fosse assestato un *colpo di frusta*.

Quindi la navicella, uscita dalla Terra, si trova nella fase di volo (1) e si dirige verso il 1° fly-by di Venere. Dopo questa prima *sterzata* si prepara nella fase (2) a re-incontrare Venere per il 2° fly-by e nella fase (3) per l'assistenza gravitazionale terrestre, con la quale acquista la necessaria spinta per dirigersi verso Giove [fase (4)]. L'ulteriore fly-by di questo pianeta consente con la fase (5) il *balzo* della sonda verso il *rendez-vous* finale di Saturno.

La manovra di arrivo è perfettamente *simmetrica* a quella di partenza; si stabilisce a-priori un'orbita di parcheggio su cui si verrà a trovare il nostro corpo dopo che è entrato nella sfera d'influenza di Saturno. Nella missione Cassini in realtà non si adatterà questo schema in quanto la sonda proseguirà, per un tratto breve, verso l'esplorazione del satellite Titano; ma questo è solo un piccolo dettaglio che non ha valore generale e che pertanto esula dalla nostra trattazione.

3 Richiami di meccanica celeste

Nel sistema meccanico rappresentativo del *moto dei 2-corpi*, così chiamato quando la massa gravitazionale di uno (il Sole o un pianeta) è prevalente rispetto alla massa dell'altro (sonda o asteroide), le sue equazioni danno una soluzione *esatta* del problema.

Si trova infatti che la curva descritta dal corpo più piccolo è una **CONICA**, ovvero un'*ellisse* se $V_0^2 < \frac{2\mu}{r_0}$, una *parabola* se $V_0^2 = \frac{2\mu}{r_0}$, un'*iperbole* se $V_0^2 > \frac{2\mu}{r_0}$; essendo (r_0, V_0) il raggio vettore e la velocità del corpo in un punto qualsiasi della curva e μ il parametro gravitazionale della massa che esercita l'attrazione. Per il Sole $\mu = 1.327\,124\,38 \cdot 10^{11} \text{ km}^3/\text{s}^2$, per la Terra $398\,600.5$ ed ancora per Venere $\mu = 324\,859$, per Giove $126\,712\,527$ e per Saturno $37\,939\,519 \text{ km}^3/\text{s}^2$.

Le traiettorie della nostra sonda sono di *2 tipi*: quella **iperbolica** che riguarda le fasi planetocentriche di lancio, fly-by e rendez-vous e quella **ellittica** che interessa il trasferimento eliocentrico da un punto dello spazio ad un altro, generalmente vicini ad un pianeta.

3.1 Lancio, Fly-by, Arrivo

Nella fase di avvio (Fig. 2) la sonda si trova nell'orbita di parcheggio e gira attorno alla Terra con velocità circolare $V_{circ} = \frac{\mu}{r_0}$. Affinchè il corpo esca dalla sfera d'influenza è necessario che la spinta dei motori porti la velocità ad un valore tale che sia $V_0^2 > \frac{2\mu}{r_0}$. Naturalmente il valore esatto di V_0 deve essere calcolato in modo che la V_∞ del punto P_1 sia proprio quella necessaria per il moto eliocentrico verso il pianeta successivo. Le formule per il calcolo dei parametri geometrici e meccanici del moto planeto-centrico sono riportati nella (Fig. 4).

Il trasferimento interplanetario della sonda avviene lungo una traiettoria ellittica e si conclude nella sfera d'influenza del pianeta bersaglio (cfr.Fig. 3). Appena entrata nel nuovo campo gravitazionale, la sonda (cfr.Fig. 4), che in quel punto ha una velocità relativa $V_1 = V_\infty$, accelera fino a raggiungere la velocità massima al pericentro, per poi proseguire fino all'uscita del fly-by con velocità $V_2 = V_\infty$. La variazione *vettoriale* di velocità ΔV dà la correzione di rotta al corpo 'spingendolo' verso il successivo bersaglio senza consumo di carburante; per simmetria le due velocità di ingresso e di uscita dal fly-by devono essere uguali.

E' importante sottolineare come questo sia un **vincolo** fondamentale nella fase progettuale della missione; non basta infatti scegliere un'adeguata posizione del pianeta che assicura l'assistenza gravitazionale, ma le velocità eliocentriche di immissione ed emissione della sonda devono essere *congruenti* con $V_1 = V_2 = V_\infty$. Anche in questo caso le due traiettorie iperboliche del fly-by si calcolano con le formule della (Fig. 4).

La fase di *arrivo* (rendez-vous) (Fig. 5) non ha bisogno di ulteriori spiegazioni in quanto essa è *duale* a quella di partenza. La sonda arriva nella sfera d'influenza dell'obiettivo della missione (Saturno, nel nostro esempio) con una velocità V_∞ tale da immettersi nell'orbita di parcheggio stabilita, avente raggio vettore r_0 . Prima di arrivare a questo punto essa va opportunamente **ral-lentata** della quantità δV mediante accensione dei retro-razzi, altrimenti proseguirebbe nel suo moto iperbolico fino all'uscita dal campo gravitazionale di Saturno.

Quindi una missione interplanetaria è **ideale** quando viene realizzata con il minimo consumo di carburante, ossia quando la somma della spinta necessaria per uscire dalla gravitazione terrestre e della frenata per immettersi sul pianeta oggetto sia minima; in pratica, tutte le sommatorie δV devono portare ad un dispendio minimo di energia.

3.2 Orbita di trasferimento

Per passare dal punto di uscita del limite gravitazionale di un pianeta al punto di ingresso del campo di un altro corpo massivo, la sonda deve percorrere, come abbiamo visto nella descrizione delle fasi di volo, un tratto di *orbita ellittica* sotto l'azione del campo attrattivo del Sole. In fase progettuale si conoscono le posizioni iniziale e finale, ovvero i raggi vettori r_1, r_2 (cfr.Fig. 6) della sonda, l'angolo di trasferimento (θ) ed il tempo di volo per passare dalla posizione 1 alla 2.

Si può allora applicare il **teorema di Lambert**, noto fin dal 1760 e divenuto di attualità con l'avvento dell'astronautica. Tramite le coordinate dei due vettori $\vec{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$ si calcola l'angolo di trasferimento $\theta = \arccos\left(\frac{x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2}{r_1r_2}\right)$ e quindi, per successive approssimazioni l'equazione di Keplero *generalizzata*; si ottengono le velocità eliocentriche V_1 e V_2 , nonché i parametri dell'ellisse di trasferimento, ovvero $(a, e, i, \Omega, \omega, M)$. Per il calcolo successivo si sottrae a V_2 la velocità del pianeta bersaglio e si trova la V_∞ del prossimo fly-by.

Quindi l'intera missione non è altro che un'*alternanza* di tratti iperbolici planeto-centrici con 'pezzi' ellittici eliocentrici.

4 Gli algoritmi di Butò

Può sembrare paradossale che nell'era di internet, ovverossia del massimo e rapido accesso a qualsiasi tipo di informazione, la *raccolta dei dati* sui percorsi delle sonde sia fortemente **deficitaria**. Anche sui siti informatici degli enti responsabili delle missioni (NASA,JPL,ESA) si fa fatica a conoscere i dati progettuali e ciò comporta l'assunzione di valori arbitrari su parametri *cardine* di una missione.

Va precisato, comunque, che i programmi elaborati dall'ing. Butò convergono pur sempre su una soluzione **razionalmente** accettabile; resta però il rammarico di non poterla verificare a pieno, ovvero nei minimi dettagli, con quella di progetto o in corso di svolgimento.

Ciononostante, per la missione Cassini (di cui ci occuperemo più avanti), i dati iniziali raccolti nel file VOLO.ORB si adattano *magnificamente* allo sviluppo delle traiettorie **reali** della sonda.

Il sistema di riferimento dei vettori posizione e velocità è quello *eclittico eliocentrico* per le orbite di trasferimento ed *equatoriale planeto-centrico* per le altre traiettorie.

Riguardo alle unità di misura le velocità sono espresse in *metri al secondo* (**m/s**) (con decimali fino alla 4^a cifra per avere sotto controllo i vari affinamenti iterativi), mentre per le distanze si adottano le unità astronomiche (*UA*) nel riferimento eliocentrico e i chilometri (*km*) nell'altro.

4.1 I programmi computerizzati

Ne sono stati elaborati 4 e i loro eseguibili (.EXE) sono prelevabili, insieme ai necessari file dati, nello stesso sito telematico di questo lavoro. Ecco i nomi:

Programmi	1) INTRO.EXE	-> Produce il file Nome.urb, rinominato in Nome.orb
	2) MAIN.EXE	-> E' il programma principale, che calcola tutti i vari file-affinati Nomexx.orb, avendo come input Nome.orb
	3) LAM.EXE	-> Usando come input Nome-numeropari.orb (es. volo20.orb) calcola le traiettorie eliocentriche della missione
	4) FBY.EXE	-> Usando come input Nome-numerodispari.orb (es. volo21.orb) calcola le traiettorie planeto-centriche della missione

File Dati	APIAN200.DAT	-> Dati orbitali di Sole e Pianeti (1)
	APIAN202.DAT	-> Dati orbitali di Sole e Pianeti (2)
	MERCURIO.NEW	+-
	VENERE.NEW	
	TERRA.NEW	Serie di Poisson per il calcolo
	MARTE.NEW	-> di effemeridi planetarie di
	GIOVE.NEW	grande precisione (Teoria VSOP87)
	SATURNO.NEW	

```

URANO.NEW      |
NETTUNO.NEW    +-
ASTERIX.NEW     -> Parametri orbitali Asteroidi e Comete
-----
VOLO.ORB       -> File rinominato da Volo.urb;
                serve per l'input di Main.exe
VOLO.URB       -> File risultato di Intro.exe

```

4.1.1 Istruzioni d'uso di Intro.exe

Per prendere dimistichezza con il calcolo delle traiettorie conviene saltare questa sezione e passare a quella successiva con i dati già pronti di una missione precedentemente studiata, per esempio la Cassini. Tutti i parametri generali sono inseriti nel file Volo.orb, leggibile dal programma principale Main.exe.

Avviando il programma Intro.exe viene chiesto subito all'utente, oltre al nome, avente al massimo 6 caratteri (es. zombi), il tipo degli estremi della traiettoria, che può essere: 3, 4, 5 o 6. Il *flag* 3 significa che si tratta di orbite di trasferimento tra due corpi (in partenza e arrivo) inseriti in archivio; 4, tra un corpo in archivio e un punto da definire (vettore posizione); 5, tra un punto da definire ed un corpo in archivio; 6, orbita tra due punti da definire.

Analizziamo adesso tutti gli *input* da dare per la missione Cassini; otterremo il file finale zombi.urb, che poi sarà rinominato in zombi.orb (identico a volo.orb) e quindi pronto per essere utilizzato dal programma principale. Cominciamo con la

Fase 1 (partenza della sonda): Tipo estremi 3, Data inizio 15.10.1997, Ora inizio 09.25.00, Pericentro (o perifuoco) 6578 km, ovvero sorvolo di 200 km, Argomento (angolo) di lancio 265° oppure 999° se incognito, Senso di moto (lancio) 1, Data di fine missione 01.07.2004, Ora 02.30.00, Pericentro (Saturno) 78500 km, Argomento 171.2° , oppure 999° se incognito, Senso di moto (arrivo) 1. Corpo del prossimo Fly-by Terra, Data arrivo 26.04.1998, Ora arrivo 13.45.00. E proseguiamo quindi con le altre fasi:

Fase 2: Tipo estremi 4, Pericentro 6336, Data arrivo (su un punto della traiettoria 2, cfr. fig.3) 04.12.1998, Ora arrivo 06.00.00, Coordinate (X,Y,Z = -0.1409478, 1.5709139, 0.0295269).

Fase 3: Tipo estremi 5, Data arrivo 24.06.1999, Ora arrivo 20.30.00, Nome (pianeta di fly-by) Venere.

Fase 4: Tipo estremi 3, Pericentro 6650, Data arrivo 18.08.1999, Ora arrivo 03.28.00, Nome (pianeta di fly-by) Terra.

Fase 5: Tipo estremi 3, Pericentro 7548, Data arrivo 30.12.2000, Ora arrivo 10.12.00, Nome (pianeta di fly-by) Giove.

Fase 6: Tipo estremi 4, Pericentro 9700000, Data arrivo (su un punto della traiettoria 5) 31.12.2001, Ora arrivo 10.30.00, Coordinate (X,Y,Z = 0.63545498, 6.763668574, -0.06587388).

Fase 7: Tipo estremi 5, Data arrivo 01.07.2004, Ora 02.30.00, Nome (pianeta di arrivo) Saturno.

Con la fase 7 si esaurisce l'inserimento dei dati per la sonda Cassini.

4.1.2 Istruzioni d'uso di Main.exe

All'avvio viene chiesto se si vogliono visualizzare i dati sullo schermo (conviene rispondere no) o seguire lo sviluppo dell'elaborazione; no, anche qui. All'input del nome del file digitare: zombi,

senza specificare l'estensione che deve essere (.orb). La richiesta successiva riguarda il numero massimo dei files che si intende generare; stabilisce, in linea di massima, la bontà degli *affinamenti* iterativi. Un valore congruo è 20, il che significa che vengono prodotti, appena si preme il tasto (invio), 22 files (2 in più del numero digitato) così nominati: zombi1.orb, zombi2.orb, etc. fino a zombi22.orb.

Due di questi file, uno 'pari', per es. *zombi20.orb*, e l'altro 'dispari', *zombi21.orb* costituiscono i file dati per il calcolo delle traiettorie di trasferimento tramite **Lam.exe** e per quelle planetocentriche (partenza, fly-by, arrivo) che si ottengono con il programma **Fby.exe**

4.1.3 Istruzioni d'uso di Lam.exe

Poichè gli input sono da file, digitare 2. Nome file-pari: zombi20.orb. Seguono varie schermate di risultati, che conviene analizzare successivamente dai file risultati, per cui si va avanti premendo (invio) e ogni volta che appare la richiesta di stampa rispondere *no*. Al seguente prompt 'Salvo file Lambert' digitare *si* ed inserire il nome del file della prima orbita, meglio un nome *mnemonico*: 111. Il programma va avanti con la seconda orbita di trasferimento, che si memorizza con 222 e così via fino a 777, che riguarda l'ultimo tratto.

Mostreremo dopo una delle 7 orbite calcolate, i cui parametri sono trascritti nei file 111.lam, 222.lam, etc.

4.1.4 Istruzioni d'uso di Fby.exe

Con l'opzione 2 si sceglie il file dati dispari *zombi21.orb* e si risponde *no* all'invito di stampa. In questo programma, che calcola le traiettorie planetocentriche, c'è la possibilità di ottenere pure le proiezioni sulla superficie terrestre alla partenza e ad ogni fly-by che coinvolge la Terra; il file relativo (.ter) permette, con un altro programma grafico elaborato dallo stesso autore, di disegnare le proiezioni della sonda sul globo terrestre. Poichè ciò esula da questa trattazione, rispondere *no* al prompt 'Traccia' e proseguire, nella stessa falsariga del precedente paragrafo, con il salvataggio dei file 'iperbole' con lo stesso criterio mnemonico: 111, 222, etc.

Per la sonda Cassini i file risultati saranno complessivamente *sei*: 111.fbx, 222.fbx e così via fino a 666.fbx.

4.2 L'output delle traiettorie

Come vedremo dai tabulati di questa sezione, le didascalie di tutti i parametri sono così ben dettagliati che non occorrono ulteriori aggiunte e/o chiarimenti. Il lettore che volesse cimentarsi a verificare gli importanti **vincoli** delle 'saldature' delle traiettorie nei loro punti di passaggio (sfere d'influenza) noterà con soddisfazione, come è capitato a me, l'ottima **precisione** dei risultati raggiunti.

Qui di seguito riportiamo, a titolo di esempio, solo 2 traiettorie della missione, una per ogni *tipo*. E cioè: l'iperbole planetocentrica del primo fly-by di Venere (222.fbx) e la successiva ellisse di trasferimento verso un punto intermedio della fase di volo 2 (222.lam).

(File 222.fbx)

VENERE - IPERBOLE PLANETO-CENTRICA. R.Si (Mkm) = 0.616276

Fase : FLY-BY Moto = 1 Dat.Pe = 26.04.1998 13.45.00

ELEMENTI DEL CALCOLO

PUNTO 1

PUNTO 2

	JD :	2450928.93331	2450931.21252
	Data :	25.04.1998	27.04.1998
	Ora TU :	10.23.58	17.06.02
Velocita' elio-centr. (m/s)			
	Vx :	37342.974	40319.415
	Vy :	-1954.174	6163.124
	Vz :	-339.899	-2251.433
	Vel :	37395.6149	40849.8258
Velocita' Pianeta (m/s)			
	Vx :	34630.478	34354.387
	Vy :	3162.699	5351.738
	Vz :	-1955.774	-1909.931
Velocita' planeto-c. (m/s)			
	Vx :	2712.495	5965.028
	Vy :	-5116.873	811.385
	Vz :	1615.875	-341.502
	Vel :	6012.576	6029.637
Dir. tang. in P. i/u (gr)			
	Long. :	117.928417	7.746046
	Lati. :	-15.589847	-3.246809
Coord. sfer. P. i/u (gr)			
	Long. :	119.127138	6.629708
	Lati. :	-15.405171	-2.892108
Coord. rett. P. i/u (UA)			
	X :	-0.0019331	0.0040868
	Y :	0.0034693	0.0004750
	Z :	-0.0010943	-0.0002079
Velocita' orbitali (m/s)			
	Vt :	122.750	123.098
	Vr :	-6011.323	6028.381
Valori corretti di Vel. (m/s)			
	Vt :	123.098	123.098
	Vr :	6028.381	6028.381
	Vx :	37350.671	40319.415
	Vy :	-1968.693	6163.124
	Vz :	-335.314	-2251.433
dV risp. val. in input (m/s)			
	dVx :	7.697	0.000
	dVy :	-14.519	0.000
	dVz :	4.585	0.000
	dV :	17.061	0.000
	Coordi.tempo ric.:	25.04.1998 10.23.58	27.04.1998 17.06.02

ELEMENTI ORBITALI ECLITTICI

EQUATORIALI

GEOGRAFICI.

Raggio del Perigeo (km) = 6536.425

Vel. al Perigeo (m/s) = 11606.111

Inclinaz. orbita	(gr) =	17.907561	17.326259	
Eccentricita'	=	1.7103103		
Semi-diametro	(km) =	-9202.210		
Longit. Perigeo	(gr) =	241.364868	304.396457	304.396457
Latit. Perigeo	=	16.159593	15.117840	15.117840
Long. Nodo asc.	=	177.635095	244.402913	
Argom. del Perigeo	=	64.841865	61.132224	
Angolo vett. V1-V2	=	71.544860		
Delta V Gr.Ass.	=	7049.458		
Anomalia Punto infin.	=	125.781034		
Anomalia Punto I/U	=	124.602622		
Dt P.to I/U - Peri.(gg)	=	1.13960		
Correzione dV progr.	=	17.061		

(File 222.lam)

TRAIETTORIA DI TRASFERIMENTO ELIOCENTRICA.

ELEMENTI BASE DEL CALCOLO :

	PUNTO 1	PUNTO 2
JD :	2450931.21252	2451151.75000
Data :	27.04.1998	04.12.1998
Ora TU :	17.06.02	06.00.00
Pianeta :	VENERE	

ELEMENTI ECLITTICI DELLA SONDA :

Coord. elio-c. rettang. (UA)		
R :	0.7276473	1.5775007
X :	0.1177624	-0.1409478
Y :	-0.7178632	1.5709139
Z :	-0.0165831	0.0295269
Coord. elio-c. sferiche (gr)		
Long. :	279.316144	95.127043
Lati. :	-1.305886	1.072497
Coord. planeto-c. rett. (UA)		
dX :	0.0040868	-0.1409478
dY :	0.0004750	1.5709139
dZ :	-0.0002079	0.0295269
Velocita' elio-centrica (m/s)		
Vt :	40846.8102	18841.2397
Vr :	496.3497	309.5384
Vel :	40849.8258	18843.7822
Ang. vett. Vt/p.Ecl :	-3.144610	3.231589
Vx :	40319.4150	-18761.8953
Vy :	6163.1237	-1392.6145
Vz :	-2251.4327	1067.7255
Velocita' del Pianeta (m/s)		
Vx :	34354.3872	0.0000
Vy :	5351.7383	0.0000
Vz :	-1909.9310	0.0000
Velocita' planeto-centr. (m/s)		

Vx :	5965.0278	-18761.8953
Vy :	811.3854	-1392.6145
Vz :	-341.5017	1067.7255
Vel :	6029.6373	0.0000
Ang. vett. V.el.S/P :	0.000000	0.000000
Ang. vett. V.pl./Rv :	88.358835	0.000000
Anomalia vera :	2.583737	178.389034

ALTRI ELEMENTI

Angolo di trasferimento (gr) = 175.805297
 Tempo di trasf.to (in) (gg) = 220.537476
 Tempo di trasf.to (out) (gg) = 220.537480

PARAMETRI ORBITALI

Eccentricita' = 0.3688945
 Inclinazione orbitale (gr) = 3.404732
 Longitudine del N.A. (gr) = 76.786275
 Argomento del Periello (gr) = 199.981979
 Periodo di rivoluzione (gg) = 452.0103
 Semi-diametro max (UA) = 1.1526566
 Parametro conica (UA) = 0.9957994
 Raggio del Periello (UA) = 0.7274479
 Tempo del Periello = 26.04.1998 07.43.51
 Anomalia media in P1 (gr) = 1.107377
 Tempo da Periello a P1 (gg) = 1.390405

5 Conclusione e Ringraziamenti

Questo lungo, e per me *appassionante*, excursus a bordo *ideale* di una navicella spaziale, che si muove negli spazi interplanetari del sistema solare, è stato vissuto attraverso l'intrigante intrecciarsi dei moti della meccanica celeste resi accessibili dal computer e dagli **algoritmi pratici** dell'amico *Toni Butò*.

Per avermi dato questa opportunità lo **ringrazio** di cuore e spero che il presente lavoro possa essere di stimolo ad altri appassionati di astrodinamica.

.....

URL per il prelievo dei 4 programmi:

<http://spazioinwind.libero.it/joematara/care.htm>

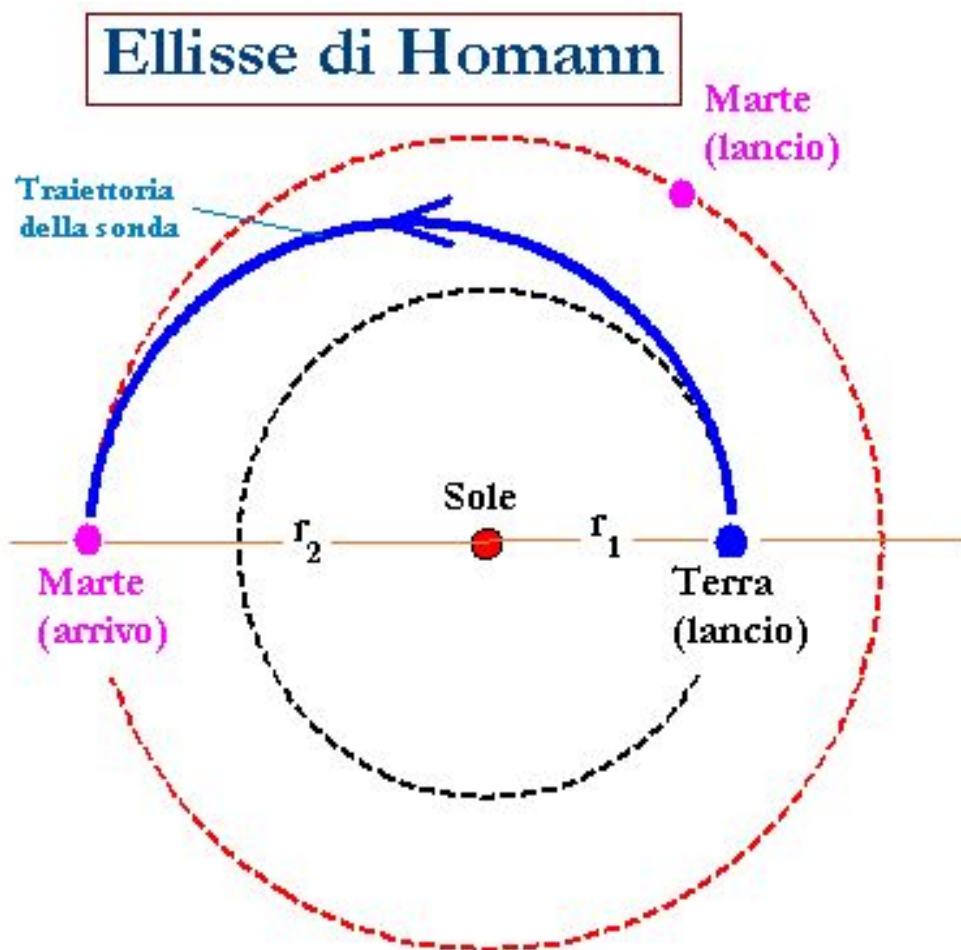


Figura 1: Traiettoria ellittica di Homann

Partenza della Sonda

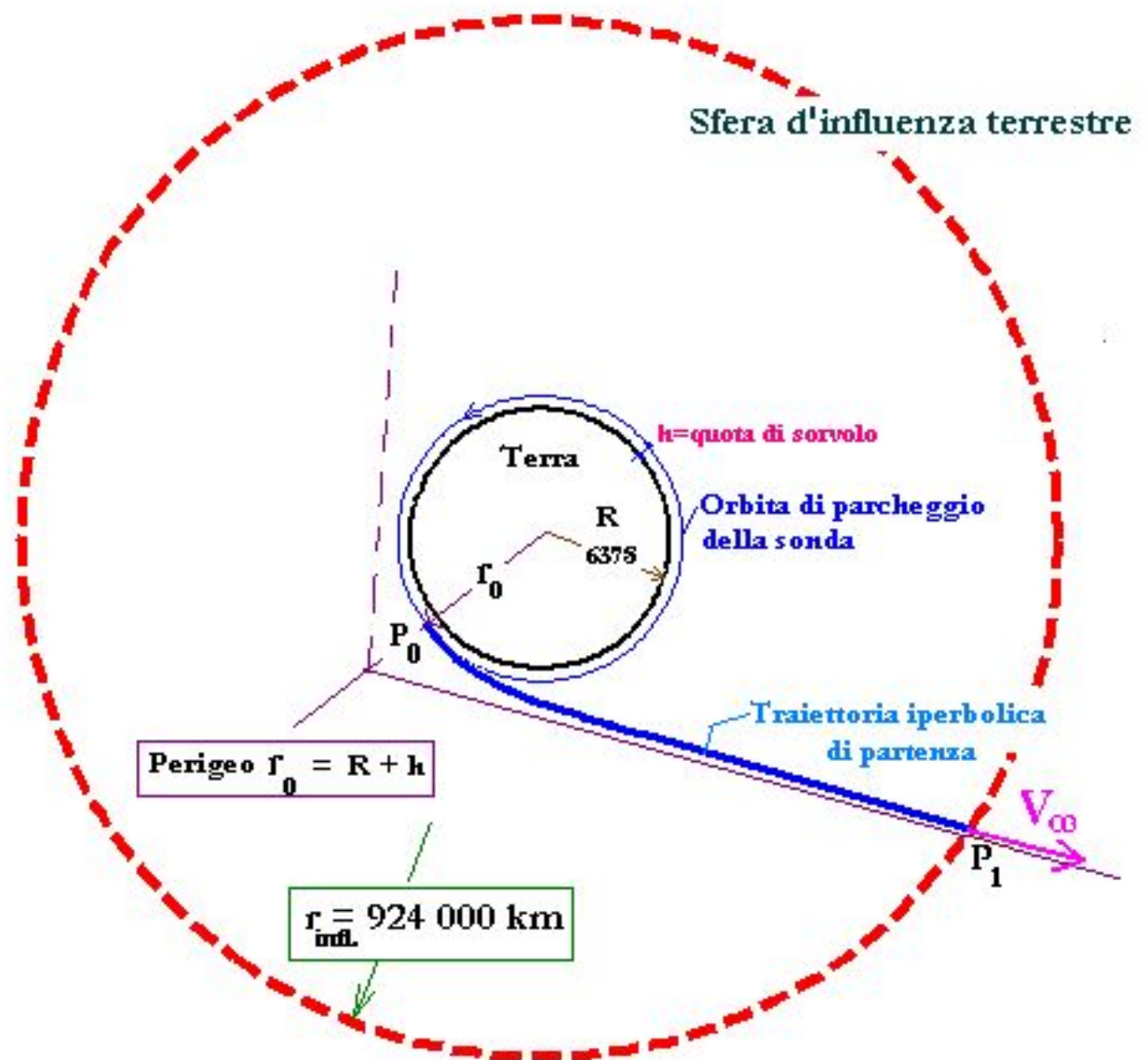
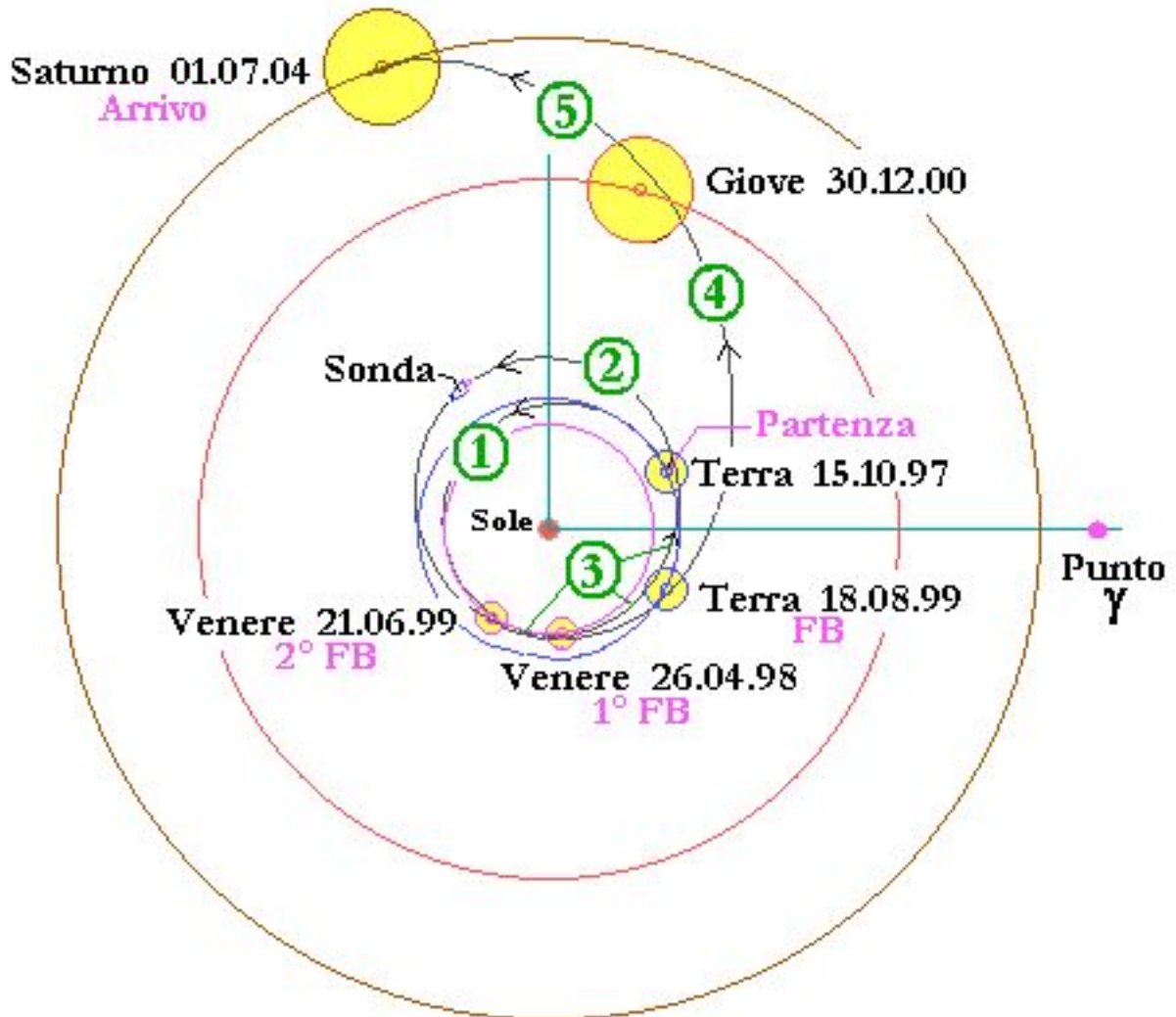


Figura 2: Inizio della missione (lancio)

Missione CASSINI

Raggi planetari
FUORI SCALA

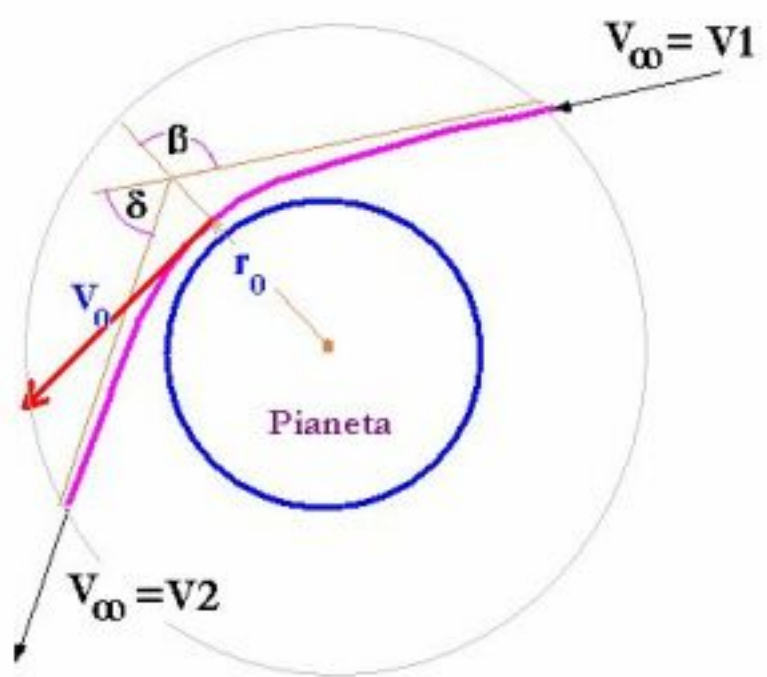


Fasi di volo (in giallo le sfere d'influenza)

- 1 Partenza - 1° Flyby Venere
- 2 1° Flyby Venere - 2° Flyby Venere
- 3 2° Flyby Venere - Flyby Terra
- 4 Flyby Terra - Flyby Giove
- 5 Flyby Giove - Arrivo Saturno

Figura 3: Le fasi della missione Cassini su Saturno

FLY-BY
 ovvero
 assistenza
 gravitazionale
 di un corpo
 massivo



ΔV produce il cosiddetto
 'colpo di frusta'

$$\cos \delta = \frac{\text{prodotto scalare} / \text{moduli velocità}}{V_1 \cdot V_2} = \frac{V_{1x} \cdot V_{2x} + V_{1y} \cdot V_{2y} + V_{1z} \cdot V_{2z}}{V_1 \cdot V_2}$$

$$e = \frac{1}{\sin \delta / 2} \rightarrow \cos \beta = -1/e$$

$$r_0 = \frac{\mu (e - 1)}{V_\infty^2}$$

$$V_0^2 = V_\infty^2 + \frac{2\mu}{r_0}$$

Figura 4: La frusta gravitazionale

Sonda all'arrivo

δV = frenata per l'ingresso
nell'orbita di parcheggio

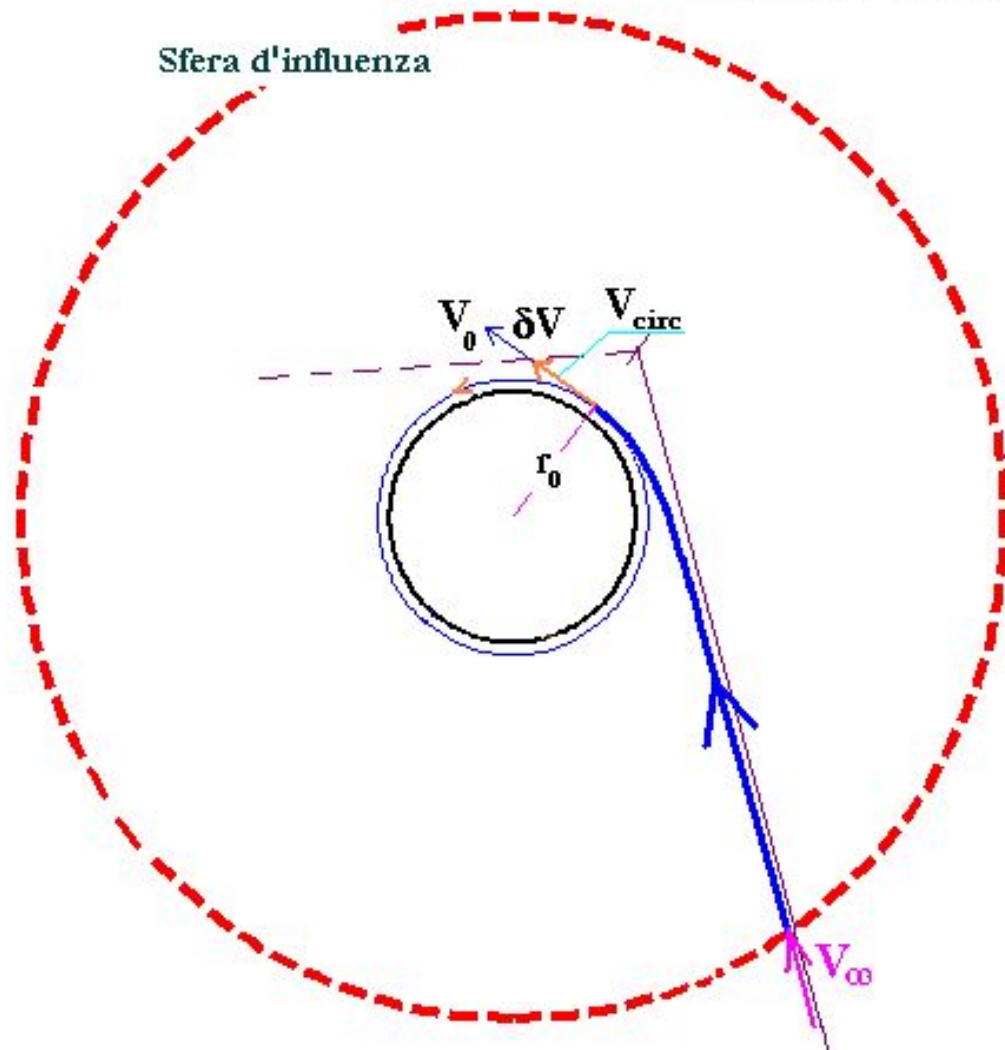
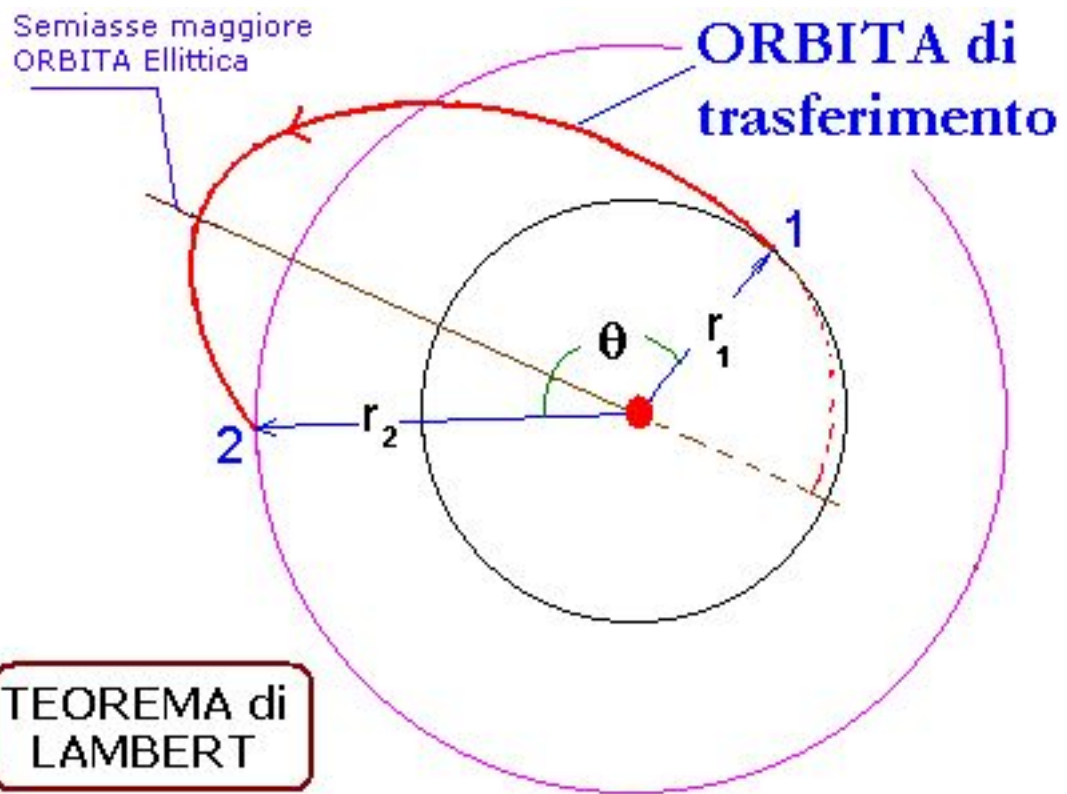


Figura 5: Sonda nell'orbita di parcheggio finale (rendez-vous)



L'orbita e' completamente determinata quando si conoscono:

- i vettori posizione r_1 e r_2
- l'angolo di trasferimento θ e
- il tempo di percorrenza (t_2-t_1)

Figura 6: L'orbita di trasferimento e il Teorema di Lambert